



Perplexità....

CORDOR. CORSO DI ORIENTAMENTO.

Idee su un corso di orientamento dedicato alle matricole del corso di laurea in matematica. II bozza. Ramponio, agosto 1986. IV Stesura.

1 - Esistono varie difficoltà per l'inserimento dei giovani che hanno superato l'esame di maturità nel corso di laurea in matematica. Alcune di queste difficoltà sono di carattere generico, e sono comuni alle matricole di tutti i corsi di laurea; altre invece sono di carattere più specifico, e sono proprie del corso di laurea che il giovane ha scelto e della materia che è oggetto di studio del suo curriculum universitario. Come abbiamo detto, alcune difficoltà sono comuni tutti i corsi di laurea; ciò non significa tuttavia che esse possano essere trascurate, e che i giovani non possano essere aiutati a superarle.

La prima difficoltà generica sta nel diverso carattere che l'insegnamento universitario presenta, rispetto agli insegnamenti che il giovane ha seguito in precedenza. Si può osservare infatti che nella scuola elementare esiste un unico maestro, il quale per così dire - agli occhi del fanciullo - è il depositario di tutto lo scibile. Nella scuola media, via via le materie si differenziano, e vengono insegnate da diverse persone, le quali assumono i ruoli di specialisti delle varie discipline; tuttavia esiste sempre una certa unità del sapere, che il giovane percepisce anche soltanto in forma puramente esteriore, al di là ed al di sopra della diversità delle dottrine che gli vengono insegnate. Si potrebbe dire che il giovane viene in qualche modo aiutato a raggiungere un certo equilibrio generale nelle sue conoscenze.

Nell'insegnamento universitario invece l'ambito degli argomenti di conoscenza e di studio presentati allo studente si restringe moltissimo, ma in compenso l'insegnamento si spinge a livelli di specializzazione che il giovane non aveva mai

incontrato prima. Di conseguenza il sapere gli si presenta in certo modo come polverizzato, parcellizzato; ricade sullo studente in gran parte la responsabilità di costruire una sintesi personale delle singole conoscenze che gli vengono presentate; e questo compito si rivela oggi spesso molto al di sopra delle possibilità intellettuali e dei mezzi posseduti dallo studente di media levatura.

Costui pertanto rinuncia molto spesso a costruirsi una cultura, cioè una unità interiore del sapere: egli si accontenta di studiare una materia dopo l'altra, di superare un esame dopo l'altro, cercando di dimenticare al più presto gli argomenti di ogni esame superato, e molto spesso rivendendo i trattati sui quali ha studiato. È questa una prova del fatto che lo studente non pensa di aver più bisogno, nella sua vita professionale futura, delle conoscenze che formano oggetto degli esami, e che questi ultimi, o - in generale - tutti i controlli dell'apprendimento, vengono vissuti dallo studente come dei fatti "repressivi", risultati di una decisione arbitraria di un'autorità quasi irrazionale, atti di imperio dei quali non si vedono le ragioni, né si cerca di capirle.

Capita infatti molto spesso di udire dei laureati, forse anche abbastanza validi nella loro professione, dichiarare che



"...hanno perso tempo a studiare a scuola tante cose inutili". A nostro parere, dichiarazioni come questa costituiscono la confessione di un livello culturale ed intellettuale molto basso da parte di chi le proferisce; ma insieme costituiscono anche la formulazione di un giudizio non troppo positivo nei riguardi di un sistema scolastico che forse non ha saputo aiutare i giovani a costruirsi una sintesi interiore personale delle materie che hanno dovuto studiare.

2 - Queste che abbiamo enumerato sono - ripetiamo - delle difficoltà generiche, contro le quali ogni studente universitario ha sempre dovuto misurarsi qualunque sia il corso di studi scelto; tuttavia oggi esse sono aggravate in modo particolare dalla situazione della nostra scuola media superiore. È infatti facile osservare che in questa scuola l'insegnamento diventa di anno in anno sempre più verbale e non formativo: non si insegna più l'analisi logica, si ignora la geometria, l'insegnamento della filosofia è ridotto a vuoti verbalismi, lo studio della storia non è più serio ed impegnativo, ma si riduce spesso, da parte dell'insegnante, alla esposizione di poche idee, oppure ad una polemica contro la storia, presentata talvolta come una serie di menzogne, perché scritta dai vincitori e dai "padroni". La propaganda delle ideologie ha quindi preso il posto della esposizione dei sistemi di pensiero; la ripetizione vuota ed approssimativa di parole, delle quali il giovane ignora spesso il senso preciso (forse anche perché non ne hanno), ha preso il posto della formazione e dell'allenamento alla analisi approfondita ed alla deduzione rigorosa. Inoltre l'esame di maturità non opera più alcuna selezione, né di attitudini né di conoscenze di fatto. Di conseguenza il giovane giunge all'università quasi sempre incapace di gestire il proprio tempo

A. Mazzotta.
Perplexità 2...

e le proprie energie e non allenato ad un impegno di studio serio. A nostro parere, il fenomeno sempre più diffuso dello "studente lavoratore" dimostra che anche lo studio non viene più considerato come un lavoro impegnativo, che dovrebbe assorbire tutto il tempo e le energie di una persona; ma la situazione di studente viene considerata invece come uno stadio di passaggio e lo studio viene considerato come una imposizione del tutto arbitraria, diretta alla acquisizione di nozioni assolutamente inutili, o meglio utili soltanto alla conquista di un titolo il cui significato è puramente esteriore e formale. Queste situazioni si trascinano durante il corso universitario, e diventano evidenti al momento in cui lo studente dovrebbe affrontare da solo la ricerca che lo dovrebbe condurre alla compilazione della tesi di laurea. Le difficoltà incontrate nella stesura di questa rivelano che la maggioranza degli studenti laureandi non ha la capacità di compiere una ricerca originale, anche su argomenti del tutto elementari, ed è spesso incapace di fare una sintesi personale, anche sommaria, di una parte qualunque delle materie studiate; spesso addirittura non possiede gli strumenti

logici per una analisi elementare dei concetti né gli strumenti linguistici (intendiamo quelli della lingua nazionale) per una esposizione chiara e corretta di un argomento purchessia.

In compenso lo studente ha acquisito da tempo l'abitudine alla protesta generica e non specificata, protesta che non nasce da una qualunque analisi delle situazioni che vengono biasimate e da una conseguente critica intelligente, ma che mira semplicemente a manifestare il malcontento di chi ritiene di non ricevere ciò che pensa sia dovuto, e si rifiuta di fare il benché minimo sforzo per contribuire da parte sua a realizzare quella parte attiva del processo di apprendimento che non può essere sostituita da alcuna strategia didattica. Perché ogni sforzo dell'insegnante è destinato, per sua natura, a rimanere senza esito se non è accompagnato da un minimo di fatica e di impegno da parte del soggetto discente.

È quindi lecito pensare che ogni corso di orientamento per universitari debba mirare anzitutto a convincere gli studenti che il lavoro e l'impegno degli insegnanti deve necessariamente essere accompagnato dal loro sforzo personale; sforzo di attenzione, di studio, di rimeditazione, ma anche esercizio di costanza e di perseveranza; che la condizione di studente non è affatto una sinecura, ma è un periodo di lavoro serio ed impegnativo.

Può anche essere augurabile dare qualche consiglio sul modo di gestire il proprio tempo ed il proprio lavoro per esempio sul modo di prendere appunti alle lezioni, sulla tecnica per consultare le opere in biblioteca, e per costruirsi una bibliografia su un determinato argomento, e su altri accorgimenti che possono sembrare secondari ma che non sempre lo sono completamente.

3 - Abbiamo finora analizzato sommariamente le difficoltà generiche, incontrate da ogni studente universitario all'inizio del suo curriculum di studi superiori. Pensiamo sia venuto il momento di analizzare brevemente le difficoltà specifiche, da superarsi dallo studente che ha scelto di seguire il corso di studi che dovrebbe portarlo alla laurea in matematica. Su queste difficoltà specifiche ci soffermeremo un poco più a lungo perché la loro analisi servirà per orientare la scelta della struttura del corso progettato.

A questo proposito vorremmo dire anzitutto che un corso di orientamento dedicato in modo specifico ai futuri studenti di matematica non deve - a nostro parere - limitarsi ad essere un puro "ripasso" di formule e di procedure risolutive di problemi elementari, ma deve invece mirare a stimolare negli studenti la rimeditazione attiva dei momenti fondamentali della matematica appresa nella scuola media superiore, e la appropriazione delle idee e dei metodi principali. Più in particolare pare a noi che le difficoltà principali da superarsi da parte dello studente che intende seguire gli studi di matematica, e le principali lacune che egli deve colmare, si possano classificare, in forma grossolanamente rudimentale e provvisoria, nel modo seguente.

A) Vi sono anzitutto delle difficoltà che potremmo indicare convenzionalmente come "linguistiche". Sono queste le difficoltà che nascono dalla incapacità del soggetto di ricordare e di applicare correttamente le regole del calcolo algebrico, oppure di ricordare e applicare correttamente le proprietà delle poche funzioni trascendenti elementari classiche che gli sono state presentate nella scuola media superiore: funzioni trigonometriche e logaritmo. Spesso infatti nell'insegnamento media non si riesce neppure a conferire sicurezza e speditezza nel calcolo, e quindi non si riesce neppure ad insegnare con sicurezza la grammatica elementare del linguaggio matematico. Ne consegue che l'insegnante universitario non viene seguito, non soltanto nel filo logico del suo discorso, ma anche nella materialità dei calcoli e degli sviluppi che egli utilizza per presentare tale filo logico. Da parte sua, lo studente concentra spesso la propria attenzione sui "passaggi" di calcolo, e non riesce a rendersi conto dello sviluppo del ragionamento completo.

Risulta pertanto assolutamente necessario che lo studente posseda con sicurezza gli strumenti linguistici della materia che deve capire ed imparare, e superi il complesso di inferiorità che spesso lo blocca e distoglie la sua attenzione, portandola dal piano logico a quello puramente formale linguistico.

D'altra parte esiste anche la possibilità che lo studio della matematica sia confuso con la conoscenza ed il maneggio sicuro

degli strumenti di calcolo. Spesso infatti si incontrano degli studenti che dichiarano di aver scelto di studiare matematica "..... perché al liceo riuscivano bene in questa materia". Si constata invece che questi giudizi erano basati soltanto sul fatto che tali soggetti si erano impadroniti del meccanismo dei calcoli algebrici, e credevano che in ciò consistesse tutto lo studio della matematica.

A nostro parere, anche questi equivoci sono da mettere sul conto della scuola media superiore, nella quale non si riesce quasi mai a dare un'idea giusta e corretta della mentalità scientifica, ed in particolare della mentalità matematica: infatti l'insegnante deve limitarsi ad inculcare le regole del maneggio degli strumenti di calcolo. Non ci si può quindi stupire quando l'insegnante, se scopre che un allievo è recidivo nel fare i calcoli giusti e nel non commettere degli errori grossolani di algebra, si convinca di aver scoperto il genio matematico della classe, e gli consigli di studiare matematica all'università. Il che avviene spesso, con il risultato che lo studente forse non riesce a superare le altre difficoltà specifiche, che verranno esposte nel punto seguente.

B) Un secondo tipo di difficoltà incontrate nello studio universitario della matematica potrebbero essere designate convenzionalmente come di ordine "logico". Per superare tali difficoltà occorre che lo studente cerchi di sviluppare in se stesso la capacità ed il gusto della schematizzazione astratta, della analisi rigorosa, della deduzione impeccabile. È chiaro che queste capacità sono di importanza fondamentale perché un soggetto possa trovarsi a proprio agio negli studi di matematica; e non è detto che tali qualità siano possedute da tutti nella stessa forma e nello stesso grado. Vi sono infatti delle menti che si trovano a disagio di fronte alla analisi logica rigorosa ed alle espressioni simboliche (procedimenti tipici della matematica), e che invece preferiscono delle situazioni intellettuali più sfumate, che fanno maggiore appello alla emotività ed a ciò che genericamente viene indicato col termine intuizione. Ne consegue che alcune intelligenze, anche di buon livello, si trovino a disagio negli studi di matematica. E del resto, anche in questo campo, l'attitudine alle formulazioni precise e concise ed alle deduzioni rigorose non viene più stimolata nella scuola media, nella quale invece viene favorita e spesso premiata l'abitudine alle espressioni verbalmente abbondanti ma sfumate e prive di rigore.

C) Esiste poi un terzo livello di difficoltà che alcuni incontrano, a causa della scarsa attitudine alla invenzione, alla ricerca di risposte originali alle situazioni problematiche, alla ricerca di nuove strade e di nuovi procedimenti per chiarire le connessioni logiche e rispondere rigorosamente alle domande. Queste considerazioni potranno apparire strane a coloro i quali pensano che la matematica sia una scienza cristallizzata, anzi fossilizzata nelle sue idee e nelle sue procedure, e che queste ultime siano soltanto di tipo deduttivo, destinate quindi a rimacinare le cose già risapute, e discusse da altri; manca a costoro il gusto della scoperta intellettuale e la curiosità del nuovo, qualità che distinguono lo studioso serio di matematica, contro la opinione diffusa di chi non conosce a fondo questa materia.

4 - L'analisi, necessariamente breve e sommaria, delle difficoltà specifiche incontrate dagli studenti della matematica a livello universitario è stata svolta per progettare e programmare degli interventi opportuni, e per escogitare una strategia didattica che possa dare agli studenti un aiuto efficace, nella misura del possibile. Pensiamo infatti, e ripetiamo, che ben poco si possa fare per togliere agli studenti l'atteggiamento di passività e di sostanziale pigrizia intellettuale che è stato radicato in loro dalle condizioni in cui hanno passato gli anni della scuola media superiore.

Anzitutto, per quanto riguarda le difficoltà elencate sopra sub A), noi pensiamo che l'aiuto per giungere alla manovra sicura e spedita delle regole grammaticali e sintattiche del calcolo algebrico possa consistere soltanto nel guidare gli studenti ad un addestramento progressivo strettamente individuale. Si tratta infatti di conseguire quella speditezza nella applicazione delle regole del linguaggio matematico che è necessaria per ogni lingua, quando si voglia passare dallo studio puramente mnemonico delle regole alla loro applicazione pratica. Tutti sanno infatti che la sola conoscenza delle regole astratte non significa conoscenza di una lingua: occorre saper parlare e scrivere, e ciò si ottiene soltanto con l'esercizio. Pertanto, nel caso delle regole grammaticali e sintattiche del linguaggio matematico, noi pensiamo che l'aiuto in questo caso debba limitarsi alla proposta di un insieme di esercizi graduati, invitando lo studente ad eseguire calcoli e passaggi

fino a quando egli ritiene di aver conseguito la necessaria speditezza e sicurezza. Tale giudizio dovrebbe essere dato su se stesso dallo studente interessato, senza che sia necessario un intervento esterno; e d'altra parte è chiaro che un addestramento cosiffatto può richiedere tempi ed impegni diversi a seconda dei diversi soggetti, senza che si possano formulare delle regole generali in proposito. Anche questo lavoro potrebbe servire allo studente per allenarsi alla gestione autonoma e responsabile del proprio tempo e della propria fatica.

Per quanto riguarda, in secondo luogo, l'aiuto a superare le difficoltà elencate sub B), noi pensiamo che si possa progettare, a questo scopo, un insieme di esercizi che dovrebbero riguardare soprattutto la struttura logica del discorso matematico: pertanto gli esercizi dovrebbero contemplare la dimostrazione di teoremi la enunciazione di teoremi opposti, inversi, contronominali; la critica della validità di ragionamenti, gli esercizi su dimostrazioni per assurdo.

Noi pensiamo che la geometria, nel senso classico euclideo del termine, sia una palestra insostituibile per una esercitazione logica di questo tipo, e ciò per varie ragioni: anzitutto perché gli oggetti della geometria sono in qualche misura immaginabili e quindi non sono a quel livello di astrazione quasi distaccata dalla realtà fisica a cui si trovano gli enti dell'algebra; in secondo luogo perché nella dimostrazione geometrica occorre servirsi della logica in ogni passaggio; e ciò diversamente da quanto accade quando si applicano i metodi della geometria analitica. Infatti in questa dottrina la deduzione si identifica con le procedure di calcolo; ciò porta a scrivere spesso una successione di formule, ciascuna conseguente dalle precedenti in forza delle regole dell'algebra; ma tali regole vengono applicate automaticamente, quasi meccanicamente, senza che sia necessario ad ogni passaggio risalire all'origine della loro validità. Tuttavia noi non nutriamo alcun pregiudizio contro la utilizzazione delle convenzioni e delle procedure della geometria analitica, anche in questa fase dello svolgimento del programma. Vorremmo tuttavia raccomandare che l'applicazione di tali convenzioni e delle relative regole sia in ogni caso accompagnata dalla critica e dalla discussione. Infatti lo studente è abituato all'uso di libri nei quali gli esercizi sono accompagnati dai risultati numerici, quasi sempre senza critiche o commenti. Ne consegue che lo studente si convince della validità dei procedimenti da lui seguiti soltanto in base alla coincidenza dei propri risultati con quelli dati da un'autorità superiore (dal libro, nella fattispecie). Occorre invece educare a raggiungere la certezza con un procedimento autonomo; infatti ciò che interessa, in questa fase del lavoro, non è il raggiungimento di un determinato risultato (per esempio la determinazione dei valori numerici delle coordinate di certi punti) ma la critica del procedimento logico ed algoritmico in base al quale i risultati sono stati raggiunti. Occorre quindi educare lo studente a verificare almeno che le coordinate dei punti trovati soddisfano alle condizioni poste da un dato problema; o anche a cercare un procedimento diverso per ottenere la risposta cercata, in modo che la coincidenza delle risposte serva almeno come parziale conferma della validità di queste. Sarà inutile insistere sul fatto che, in questa fase, non conta tanto il numero degli esercizi svolti quanto la profondità della discussione logica sulle procedure: per esempio un medesimo teorema può essere dimostrato due o più volte, e con diversi metodi; uno stesso problema può essere risolto due o più volte con diversi procedimenti: allo stesso risultato si può giungere percorrendo diverse strade, per via analitica o per via geometrica pura, e confrontando poi procedure e risultati, e così via.

Ripetiamo infatti che lo scopo di questo lavoro non è l'acquisizione di determinate conoscenze, acquisizione che lo studente otterrà in seguito con la frequenza ai corsi specifici, ma la rimediazione delle conoscenze già possedute, per acquisire una mentalità autonoma, di analisi logica e di critica. Per quanto riguarda infine le difficoltà esposte sub C), noi pensiamo che, anche in questo caso, l'impiego della geometria possa servire da stimolo per educare gli studenti ad escogitare nuove strade, ad inventare nuovi rapporti spaziali, da tradursi in nuovi rapporti logici; anche in questo caso tuttavia si può pensare che l'impiego della geometria non sia preclusivo della utilizzazione di altri capitoli della matematica elementare. Si può per esempio prendere in considerazione il procedimento abituale di generalizzazione che, nel caso della matematica, si esprime rigorosamente con la legge di induzione aritmetica; di conseguenza si può introdurre l'analisi e la critica dei procedimenti che si dicono "euristici" e si può ricollegare il lavoro che si svolge in questo caso con

quello svolto a proposito della logica.

5 - Le indicazioni che abbiamo dato finora non vogliono assolutamente avere il carattere di prescrizioni a proposito dello svolgimento temporale del lavoro. Si può infatti accettare genericamente l'idea che l'addestramento all'impiego del linguaggio matematico debba in qualche misura precedere il lavoro riguardante gli altri punti del programma. Ma i conduttori del lavoro dovrebbero essere liberi di graduare il suo svolgimento a seconda della preparazione tecnica e mentale degli ascoltatori, ed a seconda delle risposte delle scolaresche. Probabilmente occorrerà anche stimolare le domande e le critiche da parte degli studenti, e soprattutto educare costoro alla formulazione chiara ed esatta delle domande, dei dubbi e delle perplessità. Sarà anche bene insistere perché i compiti, le dimostrazioni e gli esercizi siano svolti per iscritto. Abbiamo detto infatti della scarsa preparazione che la scuola media superiore dà oggi agli studenti; tra i difetti principali che gli studenti maturano vi è anche la pigrizia nello scrivere. Perché l'esporre per iscritto un pensiero



logicamente strutturato implica uno sforzo di coordinamento delle idee e della loro esposizione che i giovani di oggi rifiutano pertinacemente. Occorre invece convincerli del fatto che questo sforzo è molto utile: si potrebbe infatti asserire che quando si è intuita la strada per dimostrare un certo teorema o per risolvere un certo problema si è fatta soltanto una parte del cammino; resta da percorrere la parte maggiore, che consiste nell'esposizione chiara e corretta dei propri pensieri. E talvolta accade che, in questa seconda importantissima fase, ci si accorge che le idee che sembravano giuste e brillanti non lo sono per nulla, e che il cammino è tutto da rifare.

6 - Un lavoro formativo del tipo di quello che stiamo presentando potrebbe anche servire per aiutare i giovani ad analizzare le proprie attitudini e valutare le proprie capacità di seguire un determinato curriculum universitario. Abbiamo infatti già osservato che l'esame di maturità non ha ormai più alcun valore selettivo: quindi chiunque può iscriversi ad un corso di studi universitari, ed anche condurlo più e meno bene a termine, purché abbia le disponibilità finanziarie e di tempo. Risulta pertanto molto utile un lavoro che, se non riesce a selezionare direttamente lo studente, pure lo può aiutare a giudicarsi sulle proprie attitudini a seguire un determinato corso di studi. Si otterrebbe così il risultato se non di selezionare, almeno di dirottare gli elementi che non hanno la possibilità di percorrere una determinata strada con una certa facilità ed una certa probabilità di buona riuscita. E ciò potrebbe anche contribuire a diminuire il numero dei casi di frustrazione e di malcontento che si verificano sempre più frequentemente tra gli studenti ed i laureati italiani. È infatti diffusa la convinzione che una laurea "pezzo di carta", sia lo strumento di promozione sociale più sicuro, se non il più brillante, nella nostra società di oggi. Di

Perplessità 3... conseguenza lo studente ritiene (a torto, naturalmente) che le difficoltà incontrate sulla strada di una promozione sociale, a suo parere dovuta, siano effetti di cattive volontà annidate nel "sistema", in particolare nelle strutture accademiche. Non gli viene quasi mai il sospetto che forse le sue attitudini non sono quelle più adatte per il corso di studi superiori che ha scelto e che vuole percorrere. L'aiuto ad una diagnosi delle proprie possibilità e delle proprie attitudini potrà quindi forse far risparmiare qualche malumore, qualche complesso di persecuzione e certamente molte fatiche inutili.

(NdR: file reimpaginato luglio 2013)

Alleghiamo la segnalazione di un testo coerente con le idee di corso di orientamento esposte da CFM.

Sulla preparazione alla matematica universitaria

Giancarlo Travaglini

Dipartimento di Statistica, Università di Milano-Bicocca

Marco Bramanti

Dipartimento di Matematica, Politecnico di Milano

Sappiamo che molte matricole iscritte a corsi di laurea scientifici abbandonano gli studi a causa delle difficoltà che incontrano negli esami di matematica. Purtroppo non è vero che tutti gli studenti in possesso di un diploma di Maturità hanno le capacità necessarie per affrontare un corso universitario in cui è presente la matematica; è però vero che molti degli studenti che abbandonano gli studi universitari a causa di questa materia avrebbero potuto “salvarsi” attraverso un lavoro specifico iniziato per tempo, relativo sia alla carenza di prerequisiti che al particolare metodo di studio che la matematica universitaria richiede di sviluppare.

Il libro che presentiamo riguarda questo aspetto “di metodo” ed è pensato per gli studenti degli ultimi due anni della Scuola Superiore, o all’inizio degli studi universitari: può essere utilizzato per l’organizzazione di corsi, o individualmente.

La prima parte del libro presenta la “lingua matematica” e vuole dare allo studente la necessaria precisione di linguaggio, la sicurezza nell’uso di implicazioni, contesempi, dimostrazioni per assurdo, la conoscenza dei simboli utilizzati nello studio e nelle operazioni all’interno di insiemi generici ed in particolare di insiemi numerici. Abbiamo preferito evitare una presentazione formale e siamo invece partiti rilevando e discutendo alcune ambiguità del linguaggio comune, non gravi nel loro contesto, ma da evitare nel linguaggio matematico e scientifico in genere.

La seconda parte vuole essere una “palestra” per abituarsi per tempo alle difficoltà proprie di un testo di matematica universitario. Si insegna ad esempio a leggere una definizione cercandone innanzitutto esempi significativi, poi studiandola in generale attraverso la verifica o la confutazione di alcune implicazioni. Oppure ci si preoccupa di come si studia una dimostrazione, innanzitutto visualizzandola attraverso opportuni esempi, poi spezzando il ragionamento in passi, quindi ricostruendola da soli “su un foglio bianco”, ripulendola da eventuali imperfezioni, infine verificandone la comprensione anche attraverso il suo utilizzo nell’affrontare problemi differenti. Tutto questo attraverso esercizi, scelti non in base all’argomento (algebra, geometria, numeri interi, ...) ma in quanto elementari e funzionali al lavoro appena descritto.

Si conclude presentando alcuni punti (maggiorazioni, dimostrazioni di unicità, ...) su cui può essere utile che il lettore rifletta prima di iniziare gli studi universitari.

Bibliografia

- [1] M. Bramanti, G. Travaglini: “Matematica. Questione di metodo”, Zanichelli, 2009.